第２講　三角比・データの分析

1　△ABC は AB＝4，BC＝$10\sqrt{3}$，AC＝14 を満たす。

(1)　$\cos\angle B = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。辺 BC 上に点 D を取り，△ABD の外接円の半径を R とするとき，$\dfrac{AD}{R} = \boxed{\text{ウ}}$ であり，点 D を点 B から点 C まで移動させるとき，R の最小値は $\boxed{\text{エ}}$ である。ただし，点 D は点 B とは異なる点とする。

(2)　△ABD の外接円の中心が辺 BC 上にあるとき，

$R = \dfrac{\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$ であり，△ACD の面積は $\dfrac{\boxed{\text{クケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

2

［1］ 30 人の生徒に数学のテストを行った。次の表 1 は，その結果である。ただし，表 1 の数値はすべて正確な値であるとして解答せよ。

表 1　数学のテストの得点

62	54	44	30	88	24	45	55	68	51	46	86	82	71	63
70	55	61	74	65	74	30	72	74	85	98	66	71	78	96

次の表 2 は，表 1 の 30 人のテストの得点を度数分布表にしたものである。

表 2　30 人の生徒の得点の度数分布表

階級（点）	度数（人）
20 以上　30 未満	1
30 以上　40 未満	2
40 以上　50 未満	3
50 以上　60 未満	4
60 以上　70 未満	6
70 以上　80 未満	8
80 以上　90 未満	4
90 以上 100 未満	2
合　計	30

30 人の得点の中央値は［アイ］である。

［2］　A 組から D 組の各組 30 人の生徒に対して理科のテストを行った。次の図 1 は，各組ごとに理科のテストの得点を箱ひげ図にしたものである。

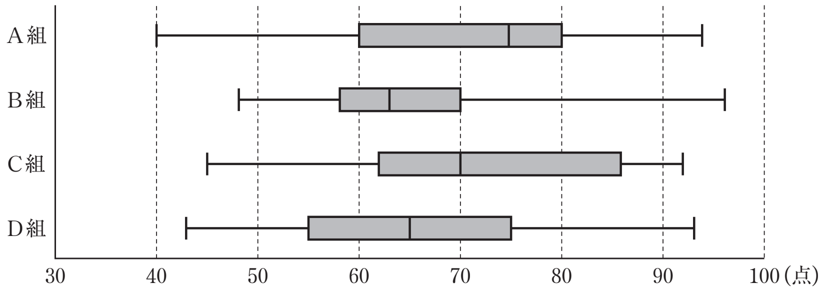


図 1　A 組から D 組の理科のテストの箱ひげ図

(1)　次の ウ ， エ に当てはまるものを，下の⓪～⑤のうちから一つずつ選べ。ただし，解答の順序は問わない。

図 1 の箱ひげ図について述べた文として**誤っているもの**は ウ と エ である。

⓪　A，B，C，D の 4 組の最高点の生徒がいるのは B 組である。

①　A，B，C，D の 4 組で比べたとき，四分位範囲が最も大きいのは A 組である。

②　A，B，C，D の 4 組で比べたとき，範囲が最も大きいのは A 組である。

③　A，B，C，D の 4 組で比べたとき，第 1 四分位数と中央値の差が最も小さいのは B 組である。

④　A 組では，60 点未満の人数は 80 点以上の人数よりも多い。

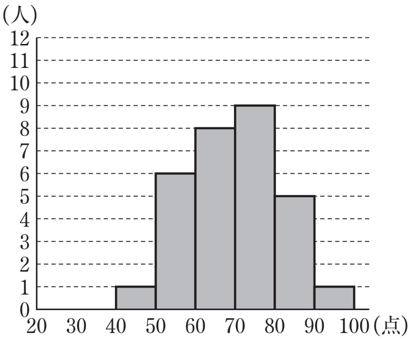
⑤　A 組と C 組で 70 点以下の人数を比べたとき，C 組の人数は A 組の人数以上である。

（次ページに続く）

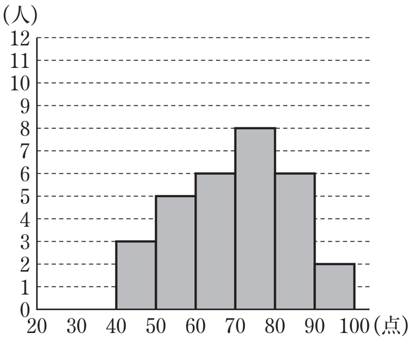
(2)　次の[オ]に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。

図１のＣ組の箱ひげ図のもとになった得点をヒストグラムにしたとき，対応するものは[オ]である。ただし，ヒストグラムは[1]の表２の度数分布表と同じ階級を用いて作成した。

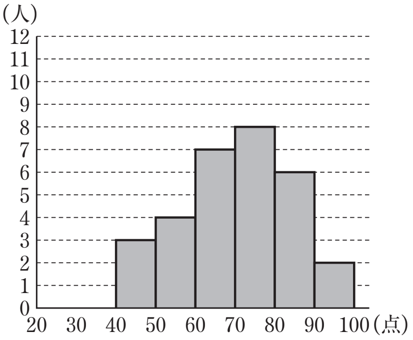
⓪



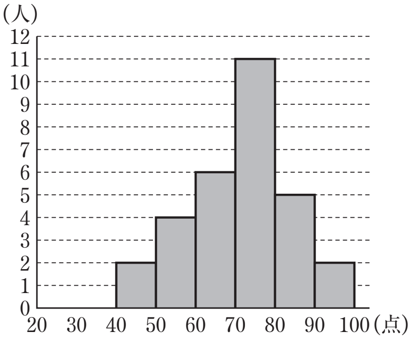
①



②



③



[3]　次の表３は，あるクラスの生徒30人に行った科目Ｘと科目Ｙのテストの得点であり，これらの平均値，標準偏差，共分散をまとめたものが下の表４である。

表３　科目Ｘと科目Ｙの得点

科目Ｘ	63	76	58	71	75	56	81	80	84	77	76	63	63	59	63
科目Ｙ	47	78	60	46	58	63	73	59	66	49	62	58	65	50	42

科目Ｘ	77	78	68	59	72	68	79	67	79	73	77	67	63	78	76
科目Ｙ	82	66	40	55	42	69	77	57	63	52	49	45	55	84	56

表４

	平均値	標準偏差
科目Ｘ	70.9	7.81
科目Ｙ	58.9	11.74

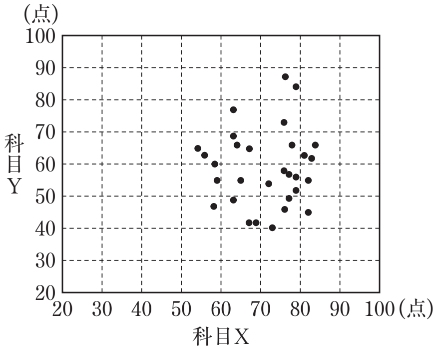
科目Ｘと科目Ｙの得点の共分散	36.89

（共分散とは，科目Ｘの得点の偏差と科目Ｙの得点の偏差の積の平均値である）

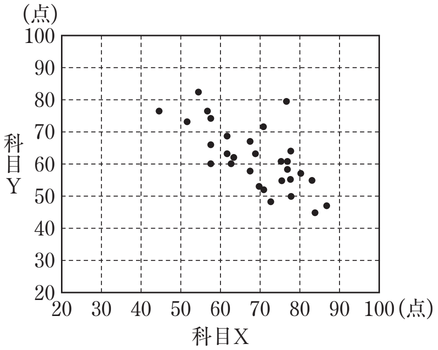
(1)　次の［カ］に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。

科目Ｘと科目Ｙの得点を散布図にしたものは［カ］である。

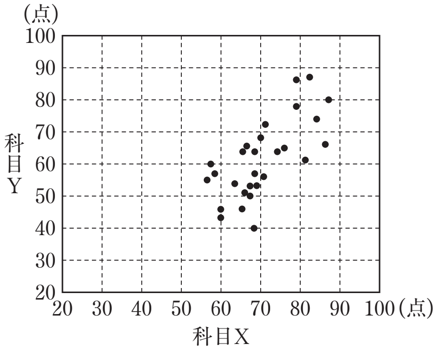
⓪



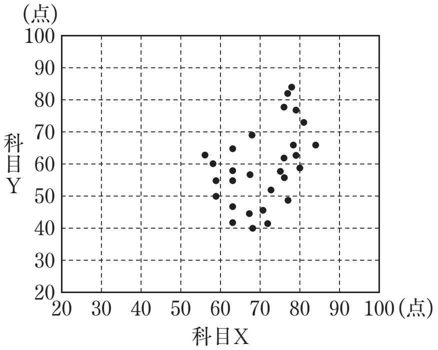
①



②



③



（次ページに続く）

(2)　次の［キ］に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つ選べ。

表3の得点を $\frac{1}{2}$ にして50点満点の得点に換算した。例えば，62点であった場合は得点を2で割った値である31点とし，63点であった場合は31.5点とする。
このとき，科目Xの得点の偏差と科目Yの得点の偏差は，換算後，それぞれもとの得点の偏差の $\frac{1}{2}$ になる。したがって，科目Xについてもとの標準偏差と換算後の標準偏差を比較し，さらにもとの共分散と換算後の共分散を比較すると，［キ］。

⓪　換算後の標準偏差と共分散の値はともに，もとの値の $\frac{1}{2}$ になる

①　換算後の標準偏差と共分散の値はともに，もとの値の $\frac{1}{4}$ になる

②　換算後の標準偏差の値はもとの値の $\frac{1}{2}$ になり，共分散の値はもとの値の $\frac{1}{4}$ になる

③　換算後の標準偏差の値はもとの値の $\frac{1}{4}$ になり，共分散の値はもとの値の $\frac{1}{2}$ になる

第２講　三角比・データの分析

1 (1) △ABC において余弦定理より，

$$\cos\angle B=\frac{4^2+(10\sqrt{3})^2-14^2}{2\cdot4\cdot10\sqrt{3}}=\frac{120}{2\cdot4\cdot10\sqrt{3}}=\mathbf{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

よって，$\angle B=30°$ より，$\sin\angle B=\frac{1}{2}$

△ABD において正弦定理より，$\frac{AD}{\sin\angle B}=2R$

よって，$\frac{AD}{R}=2\times\sin\angle B=2\times\frac{1}{2}=\mathbf{1}$ より，$AD=R$

したがって，点 D が辺 BC 上を動くとき，R が最小となるのは辺 AD の長さが最小となるときであり，それは $\angle ADB=90°$ のときである．

このとき，直角三角形 ADB において，$R=AD=AB\times\sin\angle B=4\times\frac{1}{2}=\mathbf{2}$

(2) △ABD の外接円の中心が辺 BC 上にあるとき，辺 BD は外接円の直径であり，$\angle BAD=90°$ である．これと $\angle B=30°$ より，$AD:AB=1:\sqrt{3}$

よって，$R=AD=\frac{1}{\sqrt{3}}AB=\frac{1}{\sqrt{3}}\times4=\mathbf{\frac{4\sqrt{3}}{3}}$

また，$BD=2R=\frac{8\sqrt{3}}{3}$ より，$CD=BC-BD=10\sqrt{3}-\frac{8\sqrt{3}}{3}=\frac{22\sqrt{3}}{3}$

したがって，$\triangle ACD=\frac{1}{2}\times CD\times AD\times\sin\angle ADC$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{22\sqrt{3}}{3}\times\frac{4\sqrt{3}}{3}\times\sin120°$$

$$=\frac{1}{2}\times\frac{22\sqrt{3}}{3}\times\frac{4\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\mathbf{\frac{22\sqrt{3}}{3}}$$

2 [1] 30 人の得点の中央値は，得点の小さい順に並べたときの 15 番目と 16 番目の人の得点の平均である．表 2 の度数分布表より，15 番目，16 番目は，それぞれ 60 点以上 70 点未満の階級における小さい方から 5 番目と 6 番目である．

表 1 から 60 点以上 70 点未満の得点を抜き出し，小さい順に並べると

61，62，63，65，66，68

である．よって，求める中央値は，$\frac{66+68}{2}=\mathbf{67}$

[2] (1) ⓪～⑤のそれぞれの真偽を調べる．

⓪について，明らかに正しい．

①について，四分位範囲が最も大きいのは，箱ひげ図より C 組である．よって，**①は誤り**．

②について，明らかに正しい．

③について，明らかに正しい．

④について

箱ひげ図より，A 組の第 1 四分位数は 60 点，第 3 四分位数は 80 点である．

得点を小さい順に並べたとき，第 1 四分位数は 8 番目，第 3 四分位数は 23 番目である．

よって，1 番目〜7 番目の 7 人は 60 点以下より，60 点未満の人数は 7 人以下である．

また，24 番目〜30 番目の 7 人は 80 点以上であり，23 番目の生徒を加えると，少なくとも 8 人は 80 点以上である．さらに，9 番目〜22 番目にも 80 点の生徒がいる可能性がある．したがって，80 点以上の人数は 8 人以上である．

ゆえに，**④は誤り**である．

⑤について

A 組について，中央値（小さい方から 15 番目と 16 番目の平均）が 70 点より大きいので，70 点以下の生徒は 16 番目〜30 番目には存在しない．よって，70 点以下の生徒は，多くて 1 番目〜15 番目の 15 人，つまり 15 人以下である．

C 組について，中央値が 70 点ちょうどである．よって，1 番目〜15 番目の生徒 15 人は 70 点以下であり，また，16 番目〜30 番目の生徒にも 70 点の生徒が存在する可能性がある．したがって，70 点以下の生徒は 15 人以上である．

ゆえに，⑤は正しい．

(2)　箱ひげ図より，第 1 四分位数（小さい方から 8 番目）の生徒は 60 点以上 70 点未満，第 3 四分位数（小さい方から 23 番目＝大きい方から 8 番目）の生徒は 80 点以上 90 点未満である．

ヒストグラム⓪〜③から

⓪について，大きい方から 8 番目の生徒が 70 点以上 80 点未満より，不適．

①について，小さい方から 8 番目の生徒が 50 点以上 60 点未満より，不適．

②について，適する．

③について，大きい方から 8 番目の生徒が 70 点以上 80 点未満より，不適．

[3]　(1)　表 3 の科目 X，科目 Y の得点について，

科目 X の得点の最大値は 84 点で，(X，Y)＝(84，66)

科目 Y の得点の最大値は 84 点で，(X，Y)＝(78，84)

散布図⓪〜③から

⓪について，Y の最大値が 84 点より大きいので，不適．

①について，X の最大値が 84 点より大きいので，不適．

②について，X，Y の最大値が 84 点より大きいので，不適．

③について，適する．

(2)　得点を $\frac{1}{2}$ にしたとき，平均値および偏差も $\frac{1}{2}$ となる．

ここで，（偏差の２乗）の平均である分散は，もとの分散の $\frac{1}{4}$ となるが，

その分散の正の平方根である標準偏差は，もとの標準偏差の $\frac{1}{2}$ となる．

また，X と Y の共分散については，（X の偏差と Y の偏差の積）の平均であり，

X の偏差，Y の偏差がともに $\frac{1}{2}$ のとき，その積はもとの積の $\frac{1}{4}$ となり，

その平均である共分散も $\frac{1}{4}$ となる．したがって，正しいのは②である．